817. D'Amore B. (2013). Apprendere la matematica per usare il suo linguaggio in modo universale. Versione italiana del discorso di accettazione del PhD Honoris Causa in Social Sciences and Education attribuito dalla Università di Cipro, tenuto a Nicosia il 15 ottobre 2013. *Bollettino dei docenti di matematica*. [Bellinzona, Svizzera]. 67, 9-22. ISBN: 978-88-86486-89-7.

Il 19 febbraio 2013 l'Università di Cipro ha concesso a Bruno D'Amore un PhD Honoris Causa in Social Ciences and Education, per la sua attiva militanza nel mondo della ricerca scientifica in Didattica della Matematica e per i risultati internazionali da lui ottenuti. La cerimonia è avvenuta a Nicosia il giorno 15 ottobre 2013. Il prof. D'Amore ha pronunciato un discorso di accettazione in inglese: quella che segue è la versione in italiano, che siamo felici di pubblicare integralmente.

Apprendere la matematica per usare il suo linguaggio in modo universale

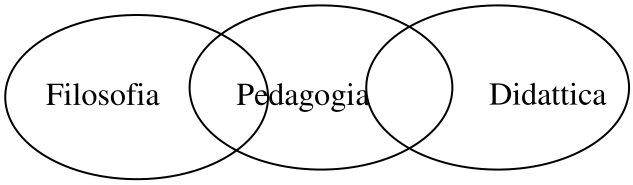
Bruno D'Amore
PhD and Full Professor

Sunto. La matematica è l'unica disciplina insegnata in tutti i paesi del mondo e i cui contenuti sono più o meno gli stessi in dipendenza della età degli allievi. Recentemente l'Unesco ha pubblicato un lungo documento nel quale si delineano le conoscenze di matematica necessarie ai cittadini del futuro. Noi tutti tendiamo ad evidenziare che il ruolo della matematica non è solo applicativo, ma che un'importanza straordinaria sta nel linguaggio che la matematica è in grado di sviluppare ed esso è uno degli obiettivi principali del suo complesso processo di insegnamento / apprendimento. Dobbiamo fare in modo che i futuri cittadini sappiano sfruttare il linguaggio della matematica per interpretare tutti i fenomeni della Natura e le discipline che l'essere umano è in grado di creare. Fra queste, le arti ed in particolar modo la musica e le arti plastiche. Da decenni, vari critici d'arte usano il linguaggio matematico per interpretare il fenomeno della creazione artistica e per descrivere l'opera di artisti che, a volte, nemmeno si rendono conto della matematica che stanno usando nella loro opera. La potenza descrittiva e razionale del linguaggio matematico rivela qui il suo straordinario potere. In questa direzione, è sempre più importante l'esigenza di studiare sempre meglio e sempre più a fondo la didattica della matematica per capire come si sviluppano le situazioni d'aula. La didattica della matematica è una scienza autonoma che ha assunto in questi ultimi decenni un'importanza enorme; la ricerca scientifica specifica la rende sempre più ricca di risultati, grazie anche ai contributi di altri domini della conoscenza umana.

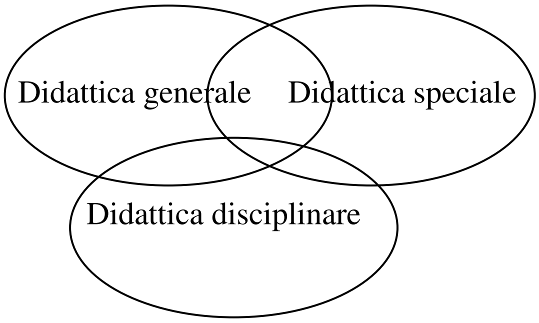
Summary. Mathematics is the only discipline whose contents are more or less the same in all the countries of the world in which it is taught, depending on the age of the students. Recently Unesco has published a long document outlining the mathematical knowledge that is necessary for future citizenship. We all tend to emphasize that Mathematics does not merely have practical applications, but that its extraordinary importance lies in the language that it is able to develop and that this is one of the principal objectives of its complex process of teaching / learning. We must enable future citizens to use mathematical language to interpret all natural phenomena and the disciplines that humanity is able to develop. Among these are the Arts and in particular Music and the Plastic Arts. By now for decades many art critics use mathematical language to interpret the phenomenon of artistic creation and to describe the work of artists who often are not even aware of the mathematics they are using. The descriptive and rational power of mathematical language here reveals all its extraordinary effectiveness. In this sense it is ever more important to study better and in more depth the Mathematics Education in order to understand the dynamics of "learning situations". Mathematics Education is an autonomous science that has assumed enormous importance in recent decades; the research continues to enrich its contents, thanks also to the contribution of other domains of human knowledge.

1.

Ancora oggi c'è chi confonde la Pedagogia con la Didattica. La Pedagogia può essere interpretata in tanti modi; molto condivisa è la possibilità di vederla come quello specifico aspetto della Filosofia che mette in evidenza fondamentale termini come etica, educazione, relazioni fra discente e docente, ruolo della scuola nella società eccetera. La Didattica pone l'accento su concetti come apprendimento, strumenti generali per la costruzione cognitiva, individuo e società nella formazione, relazione fra discente e Sapere e fra docente e Sapere eccetera.



Si può parlare oggi di almeno tre diverse specializzazioni del termine Didattica: una Didattica Generale che si occupa dei temi detti nella loro più vasta accezione problematica; una Didattica Speciale che si occupa di casi fuori dalla norma, casi dovuti sia a studenti particolari sia a situazioni di insegnamento-apprendimento particolari; una Didattica Disciplinare, che mette in evidenza le singole discipline per quanto riguarda il loro insegnamento-apprendimento.



I pedagogisti del XVIII e XIX secolo avevano già posto l'accento sul problema dell'apprendimento, ma senza distinguere le specificità delle discipline; oggi è chiaro a tutti che apprendere la Matematica è diverso dall'apprendere il nuoto o la Storia dell'Arte; la dimostrazione è palese: esistono studenti che sono in difficoltà *solo* in Matematica. Questa specificità degli apprendimenti, dovuta alla sempre più vasta conoscenza cognitiva delle singole materie, ha portato negli anni '80 a parlare di episteme di essi e dunque ad una Epistemologia dell'apprendimento specifico, per esempio della Matematica, proprio per sottolinearne le caratteristiche che lo distinguono da quello delle altre materie.
Esiste dunque oggi una teoria specifica che, all'interno delle Didattiche disciplinari (al plurale), punta l'attenzione sull'apprendimento specifico; nel nostro caso, esiste una Didattica della Matematica che, se ha in comune (per esempio) con la Didattica della Lingua certe caratteristiche che possono far pensare ad una matrice comune all'interno della Didattica Generale, rientra però negli interessi specifici della Matematica, assai più che non della Pedagogia. Sono in generale matematici, nel mondo, coloro che si occupano di Didattica della Matematica.

2.
La Matematica è l'unica disciplina insegnata in tutti i paesi del mondo e i cui contenuti sono più o meno gli stessi, più in dipendenza dell'età degli allievi che non delle diverse regioni geografiche o delle condizioni sociali. Recentemente l'Unesco ha pubblicato un lungo documento nel quale si delineano le conoscenze di matematica necessarie ai cittadini del futuro.[1] La lettura di questo

[1] Artigue M. (2011). Text in pdf version: http://unesdoc.unesco.orgimages/0019/001917/191776f.pdf

documento è molto stimolante perché in esso si distingue fra conoscenze di base per il cittadino comune e conoscenze avanzate per poter fare un uso significativo della matematica in senso critico ed analitico, anche da un punto di vista professionale e non solo civico.
Così come si propone in quel documento, noi tutti tendiamo ad evidenziare che il ruolo della matematica non è solo applicativo, ma che un'importanza straordinaria sta nel linguaggio che la matematica è in grado di sviluppare ed esso è uno degli obiettivi principali del suo complesso processo di insegnamento - apprendimento.
Dobbiamo fare in modo che i futuri cittadini sappiano sfruttare il linguaggio della matematica per interpretare tutti i fenomeni della Natura e le discipline che l'essere umano è in grado di creare. Fra queste, le arti ed in particolar modo la musica e le arti plastiche.
A questo dovere sociale un ricercatore di didattica della matematica può decidere di dedicare tutto il suo lavoro.

3.
Le mie ricerche in didattica della matematica sono cominciate assai presto, quando ancora ero un giovane matematico e mai avrei immaginato di abbandonare la ricerca matematica pura per dedicarmi a quella applicata dell'insegnamento - apprendimento. Nell'anno 1971, due anni dopo la laurea in matematica, risposi all'appello di una rivista di didattica per esaminare alcune proposte didattiche fatte da alcuni ricercatori. Ma fu un evento sporadico.
5 anni dopo, tornai con decisione, frutto di una scelta personale, alla didattica della matematica, abbandonando la ricerca matematica pura.
In questo nuovo campo, mi sono dedicato allo studio delle interferenze fra i diversi tipi di linguaggi nell'azione scolastica, per esempio allo "scontro" fra un linguaggio formale ed uno naturale (everiday language) nella pratica scolastica.
Ho contrastato con ricerche opportune l'errata tendenza degli anni '80 a cercare di trasformare la risoluzione di un problema in un algoritmo, tendenza nata da un'interpretazione ingenua dei libri divulgativi di George Polya; ho fatto di più, ho mostrato che questo riduzionismo era impossibile ed ho cercato le cause linguistiche del fallimento degli studenti di fronte ai problemi, a non importa quale livello scolastico.
Ho esaminato a lungo l'ambiente di lavoro "laboratorio", luogo dell'imparare attraverso il fare, nel quale il problema si trasforma in necessità concreta, interpretando l'azione dell'allievo in termini di teoria delle situazioni e fornendo strumenti per l'analisi in positivo ed in negativo del fenomeno.
Ho studiato certi apprendimenti specifici, con Martha Isabel Fandiño Pinilla: lo zero, le relazioni fra area e perimetro delle figure bidimensionali, l'apprendimento dell'idea di infinito matematico, il che mi ha portato ad essere Chief Organizer del Topic Group 14: *Infinite processes throughout the curriculum*, all'VIII ICME, Sevilla, 14-21 luglio 1996; in questa occasione, uno degli advisory panel fu Raymond Duval. Sul tema delle convinzioni degli insegnanti per quanto riguarda l'infinito matematico ho diretto la tesi di dottorato di Silvia Sbaragli condotta in Italia ma discussa in Slovacchia.
Ho dedicato molte energie a difendere la necessità dello studio dell'apprendimento della matematica da parte di studenti molto giovani, perfino della scuola dell'infanzia, perché esso ha caratteristiche assai specifiche che forniscono informazioni sugli apprendimenti "ingenui", cioè non formali, anche agli altri livelli scolastici.
Ho dedicato anni di ricerca e di sperimentazione all'azione didattica in aula attraverso la storia della matematica (con Francesco Speranza). Questo mi ha portato alla stesura di molti articoli sulla epistemologia della matematica, lavoro che prosegue anche oggi.
Nel 1986 ho creato un convegno nazionale (in realtà internazionale) che si svolge ininterrottamente da allora, ogni anno a novembre, e che raccoglie migliaia di partecipanti; vi hanno preso parte alcuni fra i più famosi ricercatori del mondo; nel 2013 siamo alla edizione numero 27; nello stesso anno 1986 fondai una rivista di didattica della matematica che ho diretto 24 anni e poi chiuso,

essendomi trasferito a vivere dall'Italia alla Colombia; la rivista ha pubblicato ricerche dei maggiori specialisti mondiali ed ha raggiunto la classificazione internazionale B.
Ho voluto includere nelle mie ricerche elementi di Etnomatematica ed analisi di termini specifici (per esempio il termine "competenza" con Martha Isabel Fandiño Pinilla e Juan Godino).
Sorprendente fu il risultato di un lunghissimo studio sulle dimostrazioni spontanee prodotte dagli studenti a livello di 9°-10° grado di studio; misi in evidenza il fatto che alcune delle dimostrazioni che gli insegnanti giudicavano non opportune, lo erano semplicemente perché la logica che le sosteneva non era quella aristotelica, ma la *nyaya* indiana, assai più concreta e dunque vicina ai bisogni degli studenti, i quali cercano di ancorare il proprio ragionamento non sempre alla deduzione logica (a sua volta basata sull'implicazione materiale, difficilissima da far propria) ma sull'esempio e sulla tesi considerata come ipotesi di partenza, tutti atteggiamenti tipici della *nyaya*.
Molto tempo ho dedicato alle difficoltà oggettive che gli studenti di qualsiasi livello incontrano nella costruzione cognitiva degli oggetti della matematica, cercando strumenti per interpretare gli errori e per descriverli e valutarli (per esempio i lavori sui TEP compiuti con Hermann Maier).
Ho partecipato a convegni internazionali sempre con seminari o conferenze, in Europa, America, Asia; sono felice di ricordare, in particolare, le numerose occasioni di lavoro con il collega ed amico Athanasios Gagatsis (commendatore della repubblica italiana) prima a Thesaloniki e poi a Nicosia; condividiamo profondi interessi nel campo delle rappresentazioni e della semiotica.
Ho sempre contrastato l'insana abitudine di considerare una nuova teoria emergente come la dichiarazione di morte delle teorie precedenti; a mio avviso, nonostante la presenza di teorie assai significative e profonde nate dopo (ed alle quali ho collaborato, in particolare la EOS di Juan Godino), le teorie fondazionali restano alla base della Didattica della Matematica, prima fra tutte la teoria delle situazioni di Guy Brousseau, fondamento storico di base della nostra disciplina; così, ho sempre cercato di rivalutare le discipline fondazionali, mostrandone la reciproca coerenza, di più: la necessità, rispetto a problemi specifici di interpretazione delle situazioni d'aula, concetto che ho posto alla base della descrizione della mia ricerca che oggi conta 42 anni.
Mi sono dedicato allo studio delle convinzioni che hanno gli studenti sulla matematica e sul loro operare in matematica, capendo subito che bisognava porre alla base dell'interpretazione delle situazioni d'aula le convinzioni degli insegnanti, soggetto al quale ho dedicato anni di ricerca (con Martha Isabel Fandiño Pinilla), creando anche strumenti per la loro analisi; le convinzioni degli insegnanti determinano il lavoro matematico in aula e influenzano in modo massiccio le convinzioni che gli studenti costruiscono.
E infine, affascinato prima dagli studi di Raymond Duval e poi da quelli di Luis Radford, ho dedicato e sto dedicando tutte le mie energie alla multiforme presenza della semiotica nell'azione di insegnamento apprendimento della matematica; ho cercato nella storia dell'evoluzione della matematica esempi ed ispirazioni per la definizione dei vari oggetti della matematica, per analizzarli da un punto di vista prima epistemologico e poi didattico, cercando definizioni opportune di "oggetto matematico". In questa direzione ho a lungo studiato, con Martha Isabel Fandiño Pinilla, le variazioni di significato che gli studenti e gli insegnanti attribuiscono a diverse rappresentazioni semiotiche ottenute l'una dall'altra con trasformazioni di trattamento da loro stessi compiute. In questo campo specifico abbiamo pubblicato diversi articoli, partecipato a convegni internazionali e ho diretto due tesi internazionali di dottorato, una in Italia ed una in Colombia, anche se il problema resta parzialmente aperto, secondo me.
A questo punto ero maturo per un salto nelle mie convinzioni filosofiche profonde, da un moderno ma ingenuo realismo ad un maturo pragmatismo nel quale oggi credo con tutto me stesso, anche a causa dell'aver posto teorie antropologiche alla base della mia descrizione dei fenomeni didattici.

4.

Fin dall'inizio ho amato molto dedicarmi alla divulgazione della matematica, pensando di rivolgermi a studenti e adulti che non apprezzano la matematica semplicemente perché, di fatto, non

la conoscono; in questo campo, ho scritto un numero considerevole di libri, negli ultimi anni coadiuvato da Martha Isabel Fandiño Pinilla e da altri colleghi, ricevendo anche premi.
Fin dall’inizio dei miei studi sono stato affascinato dal linguaggio della matematica e da come esso possa essere inteso come base per tutti gli altri; spinto a ciò non solo da motivi dotti o colti, certo come sono della unitarietà della cultura umana, contrario al tentativo di spezzare il sapere in “due culture”, ma anche dal fascino che su di me hanno sempre avuto la poesia e l’arte figurativa, fin da giovane studente.
E così ho dedicato molti studi alla presenza della matematica nelle opere di Dante Alighieri e soprattutto a quel gioiello monumentale di poesia universale che è la *Comedìa* (la *Divina Commedia*); grazie a questi studi ho pubblicato molti articoli, libri, ho preso parte con conferenze a convegni specifici. Dopo 700 anni dalla scrittura di questo monumento alla conoscenza umana, ho fornito indicazioni sull’interpretazione matematica di certi versi, rimasti sepolti a causa dell’ignoranza matematica dei critici e storici della letteratura; oggi alcune usuali interpretazioni di quei versi sono state modificate dagli stessi esperti dantisti che hanno accolto le mie interpretazioni. Ho usato questi risultati per ribadire l’infondatezza della divisione delle culture: Dante, nel Medioevo, riusciva a usare la (scarna) matematica dell’epoca per descrivere la Natura e i sentimenti umani, la teologia e la logica, per usare metafore, per raccontare in forma assai più profonda di quanto la pseudocultura matematica di certi letterati permetta oggi. Un motivo in più per conoscere e fare propria la matematica, anche da parte degli umanisti.

5.
Darò ora un paio di esempi di come la matematica possa aiutare a capire certi versi della Divina Commedia finora rimasti oscuri ai critici letterari che non amano la matematica.

Primo esempio

Consideriamo un riferimento aritmetico che si trova in Par. XXVIII 91-93:

...
L’incendio suo seguiva ogni scintilla;
ed eran tante, che `l numero loro
più che ‘l doppiar delli scacchi s’immilla.
...

Il grande numero cui si fa riferimento è quello degli angeli che nascono, istante per istante, a testimoniare la gloria di Dio; questi non si contano raddoppiando ma a mille a mille.

Quanto è grande il numero di questi angeli? Ebbene, Dante afferma che il loro immillarsi supera "il doppiar delli scacchi". È un evidente riferimento alla famosa leggenda di Sissa Nassir, l'inventore degli scacchi. Egli chiese, come ricompensa al suo entusiasta sovrano, qualche cosa di apparentemente assai modesto: presa la scacchiera 8 per 8, egli chiese per sé un chicco di riso sulla prima casella; il doppio, cioè 2, sulla seconda; il doppio ancora, cioè 4, sulla terza; il doppio ancora, cioè 8, sulla quarta; e così via, fino all'ultima casella, la sessantaquattresima, appunto. Con calcoli abbastanza agevoli oggi, specie con l'uso di un calcolatore, ma che risultano essere ardui assai con il sistema romano, si trova che il numero di chicchi dovuti a Sissa Nassir è il seguente: 18 446 744 073 709 551 615, quasi illeggibile. Con una scrittura più compatta, oggi si preferisce la notazione cosiddetta scientifica, $1{,}8447 \cdot 10^{19}$.
Per rendersi conto della enormità di questo numero, si può ricorrere al seguente espediente: immaginare di distribuire i chicchi di Sissa Nassir su tutta la superficie terrestre, la cui misura, espressa in base ai dati attuali (e non quelli dei tempi di Dante), compresi mari, oceani, deserti ghiacciai, montagne ecc., è di circa $5{,}0995 \cdot 10^{18}$ cm². Se distribuiamo i chicchi, troviamo 3,62 chicchi (diciamo pure, per arrotondare, 3 chicchi e mezzo) per ogni cm² di superficie terrestre. (Il che spiega perché il sovrano si sentì preso in giro e, anziché premiare Sissa Nassir, gli fece mozzare la testa, ottenendo, tra l'altro, un immenso risparmio).
Ma il numero degli angeli "più che" raddoppiare, come i chicchi sulla scacchiera, "s`immilla"; se si rifà lo stesso calcolo immillando (nella nostra interpretazione, cioè: 1 chicco sulla prima casella, 1000 sulla seconda, 1000000 sulla terza, 1000000000 sulla quarta, e così via) invece che raddoppiando, si trova un numero immenso, ma pur sempre finito: 10^{189} (tanto per avere un'idea, $2 \cdot 10^{170}$ angeli per cm^2 di terra... E c'è da rallegrarsi allora del fatto che gli angeli siano immateriali).
Al di là del tono un po' scherzoso che ho voluto dare alla storia, ci sono due elementi di grande interesse.
Il primo è che Dante avrebbe potuto dire che gli angeli che nascono istante per istante a gloria di Dio sono infiniti; rispetto all'infinito, un numero immenso come 10^{189} è una goccia nell'acqua; ma la scelta di un numero grandissimo è assai più significativa dell'aggettivo "infinito"; sembra un paradosso, ma quel numero ti dà più da pensare che non la parola "infinito", spesso usata a sproposito.
Il secondo è che molti autori dichiarano che Dante non conosceva i numeri arabo-indiani che, nella sua epoca, già circolavano in Europa ma erano ancora dominio di pochi. Ma per avere una idea dell'immenso valore di quegli angeli, occorre far uso del sistema posizionale, mai si potrebbe arrivare a tanto con il sistema romano, non posizionale. Una banale ricerca nelle biblioteche fiorentine mostra che il secondo figlio maschio di Dante, Jacopo, era allievo di una delle tre scuole fisse di Firenze, la scuola di Santa Trinita, dove ebbe come maestro di arismetrica un matematico di certo prestigio, Paolo dell'Abaco, il quale doveva sì insegnare il sistema romano, obbligato dai superiori, ma che faceva cenno, ai suoi studenti più svegli, del nuovo sistema arabo del quale circolavano, proprio in Toscana, trattati. Oggi, la sicurezza che Dante non avesse idea del sistema aritmetico posizionale non è più così certa!

Secondo esempio

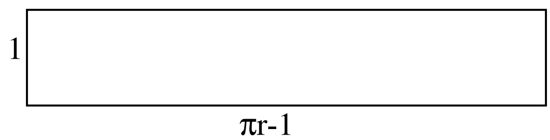
Uno dei più famosi passi matematici di Dante è certo costituito da questi versi in Par. XXXIII 133-138:

…
Qual è il geomètra che tutto s'affige
Per misurar lo cerchio, e non ritrova,
pensando, quel principio ond'elli indige,

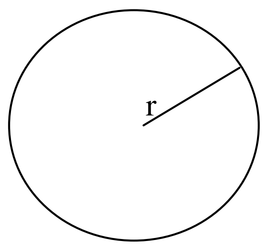
tal era io a quella vista nova;

veder volea come si convenne
l'imago al cerchio e come vi s'indova;
…

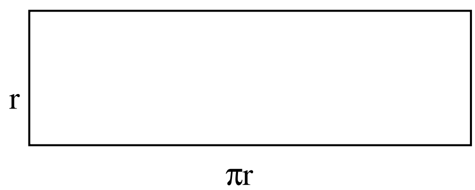
La "vista nova" va intesa qui come il contatto diretto fra Dante e Dio, attraverso la vista. La *Divina Commedia* sta per finire, sono gli ultimi versi. Il Poeta ha attraversato l'Inferno, il Purgatorio, Il Paradiso, fra poco il suo viaggio terminerà e tornerà sulla Terra; per concluderlo, gli spetta la grande fortuna del contatto visuale con Dio.
Deve trovare una metafora che gli permetta di spiegare la grandezza di quel che gli sta succedendo, deve mettere in relazione la "vista nova" con qualcosa che renda l'idea … E gli viene in mente la geometria, ricorre a quel "misurar lo cerchio".
La metafora non è banale, ma è stata mal interpretata per secoli. In un testo critico fra i più diffusi si trova la seguente spiegazione: «come il geometra che si applica, concentrando tutte le sue facoltà mentali, all'*insolubile problema* della quadratura del circolo…» (corsivo mio), «tal ero io dinanzi a quella straordinaria visione, ché invano …».
Che cos'è *esattamente* il problema della quadratura del cerchio?
Si può esprimere in due modi almeno, tra loro equivalenti:
data una circonferenza, trovare un quadrato o un rettangolo il cui perimetro abbia la stessa lunghezza della circonferenza;
dato un cerchio, trovare un quadrato o un rettangolo la cui area abbia la stessa estensione del cerchio.
Questo problema è stato risolto molto brillantemente nell'antichità greca, per esempio da Dinosastro nel ˉV sec. [ma non solo da lui]. Era una cosa ben nota, diffusa tra le persone colte, non solo tra i matematici, tra gli altri ben spiegata da Platone.
Da un punto di vista più modestamente scolastico, il lettore ricorderà d'aver appreso in IV o V elementare che una circonferenza di raggio r misura $2\pi r$; dunque, se si prende un rettangolo di lati 1 e πr-1, lunghezza della circonferenza e perimetro di quel rettangolo coincidono; così, l'area di un cerchio di raggio r è, come ben sa ogni bambino di 10 anni, πr^2; dunque, un rettangolo di lati πr ed r avrà area uguale a quella del cerchio.



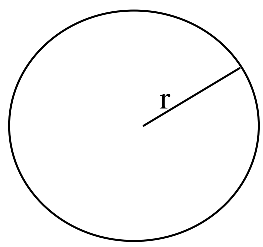
perimetro del rettangolo: $2\pi r$



misura della circonferenza: $2\pi r$



area del rettangolo: πr^2

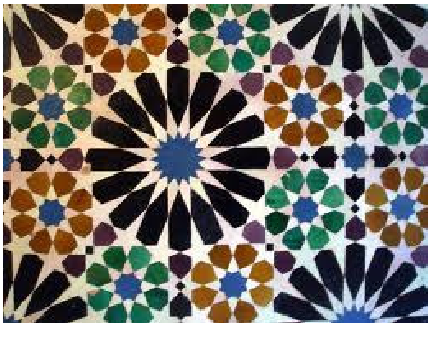
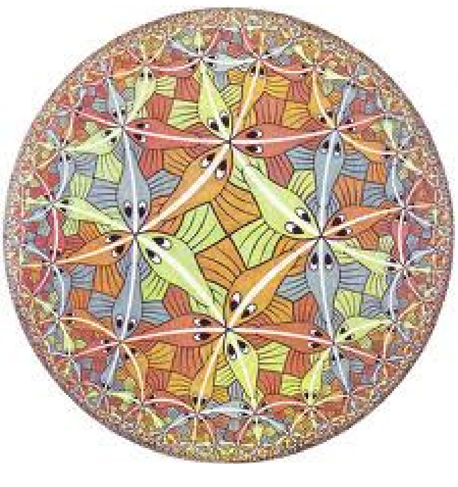
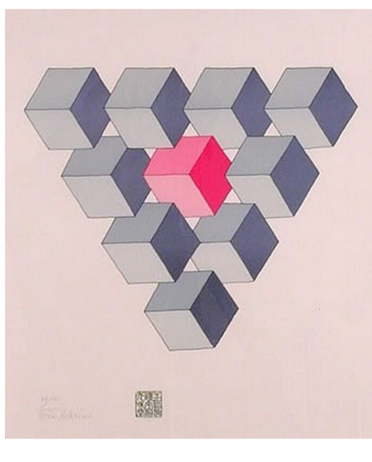


area del cerchio: πr^2

Ma allora, dove sta l'*impossibilità* del problema?

Dante ha fatto un sottinteso; è sempre stato ben noto che i matematici Greci privilegiavano le soluzioni "con riga e compasso" [è un modo di dire che nasconde qualche cosa di più preciso che non il mero riferimento ai due strumenti; sorvolerò qui sulle questioni tecniche: ci si può immaginare, in prima approssimazione, che si tratti *davvero* di servirsi di una riga (non graduata) e di un compasso].
La soluzione data da Dinostrato e quelle date dagli altri studiosi greci della quadratura del cerchio sono sì corrette, ma NON sono state ottenute con riga e compasso.
Inutilmente, e per secoli, dapprima i matematici greci e poi via via tutti gli altri, cercarono di quadrare il cerchio con questi strumenti, inutilmente: oggi sappiamo che ciò è impossibile (lo ha dimostrato Lindemann, ma solo nel 1882). I Greci devono averlo supposto, anche se in modo implicito: non può essere un caso se i tre problemi più amati e più studiati (i tre "problemi classici della geometria greca", citatissimi da Platone), tra i quali, appunto, quello qui in esame, erano perennemente presi ad esempio. I tre problemi cosiddetti dell'Ellade classica in oggetto sono: la quadratura del cerchio, appunto; la duplicazione del cubo; la trisezione dell'angolo generico.
Ora, però, il problema è: poiché Dante non dice esplicitamente "con riga e compasso", è da ritenere che anche lui cadesse nell'errore del Critico moderno, oppure che conoscesse la questione e ritenesse che i suoi lettori pure la conoscessero talmente bene che non valeva la pena di star lì a fare i pignoli?
Non avremo mai la risposta a questa domanda; ma la competenza geometrica di Dante che si può rilevare in molti altri punti della *Divina Commedia* e in altre opere, mi spinge quasi ad azzardare che siamo di fronte ad un altro esempio di sconfitta attuale dell'unicità della cultura: in Dante le "due culture" convivevano; nei suoi lettori attuali, ahimè, spesso non solo non – matematici ma compiaciuti e ridicoli anti – matematici, non convivono affatto.

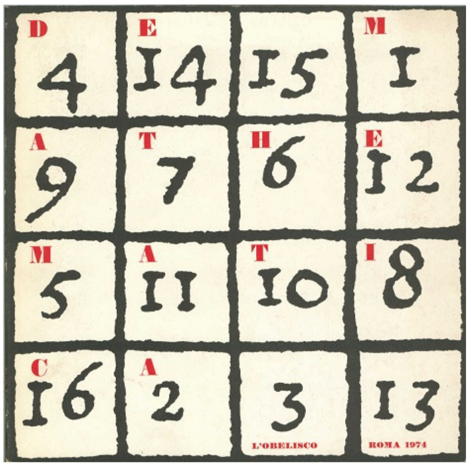
6.
Così, ho dedicato parte della mia attività di studio e ricerca alle relazioni fra matematica e arte figurativa o, meglio, alle relazioni fra i loro linguaggi; non solo, com'è usuale e facile fare, cercando quegli autori e quelle opere che ben si prestano ad interpretazioni matematiche, le piastrelle decorative arabe, per esempio all'Alhambra di Granada, le opere del Rinascimento italiano e tedesco, l'opera di Maurits Escher o di Oscar Reutersvärd eccetera; no, troppo ovvio. La mia idea è stata ed è quella di considerare la storia dell'arte, di tutta l'arte, e di cercarne interpretazioni diverse da quelle tipiche della critica d'arte di stampo letterario, filosofico o psicologico, ma interpretazioni razionali, matematiche, formali.

Gli ampi risultati, documentati e testimoniati, mi hanno dato ragione. Entrato a far parte dell'Association International des Critiques d'Art, presentato da Filiberto Menna, nel 1977, dunque a contatto con critici d'arte aperti e con artisti anche di altissimo livello, sono riuscito ad imporre un modo di fare e scrivere critica d'arte, organizzare mostre internazionali nel filone che si chiama *Arte concettuale*, imponendo all'attenzione una linea, detta *Arte esatta*, accolta e seguita poi da artisti anche di grande nome. La dizione "Arte esatta" vuole richiamare, all'interno dell'arte, il fatto che la matematica, all'interno delle scienze, viene chiamata "scienza esatta", secondo la seguente "proporzione":

arte esatta : arte = scienza esatta : scienza.

Su questo tema ho scritto diverse centinaia fra libri ed articoli; l'ultimo libro, scritto dopo 20 anni di studi e ricerche, sta finalmente per vedere la luce; ma la sua mole, 1000 pagine e 1000 immagini tutte a colori, causa oggettive difficoltà alla redazione.



Filiberto Menna e Bruno D'Amore, 1974, *De Mathematica*, International Art Show, Roma, L'Obelisco.

Molti credono che lo studio delle prospettive impossibili sia nato a metà del secolo XIX, nulla di più falso.

L'intelligenza dell'essere umano si manifesta in mille modi, uno dei quali è il gusto della contraddizione. Dopo aver cercato per migliaia di anni le regole ferree, matematiche, formali, perfette della rappresentazione prospettica, dopo averle trovate, ha voluto contraddirle per il puro gusto culturale e intellettuale della sfida. E così, inizia un'altra storia, alla rovescia, la storia di chi cerca di rappresentare nel piano, dunque nel quadro, prospettive impossibili che sorprendano chi le scopre e che divertano chi le analizza.

Nel 1754 viene pubblicato il libro dello studioso di disegno architettonico inglese John Joshua Kirby (1716 – 1774), dal titolo chilometrico (come si usava all'epoca): Dr. Brook Taylor's Method of Perspective Made Easy both in Theory and Practice, Being an attempt to make the art of perspective easy and familiar to adapt it intirely to the arts of design; and to make it an entertaining study to any gentleman who shall chuse so polite an amusement. Il libro è stampato da W. Craighton a Ipswich, Londra; quel che oggi si chiamerebbe l'editore furono i signori J. Swan, F. Noble e J. Noble. Il libro è assai curioso, per esempio nella numerazione delle pagine che non sempre è progressiva. Ma quel che lo rende degno di citazione è l'illustratore, il grande e già ricordato pittore, disegnatore e incisore inglese William Hogarth (1697 – 1764), autore di irriverenti stampe satiriche che, all'epoca, fecero impressione.

Ultra famosa e sempre citata è la figura che si trova nel frontespizio, dal titolo *Assurdità prospettiche*.

William Hogarth, Assurdità prospettiche, 1754

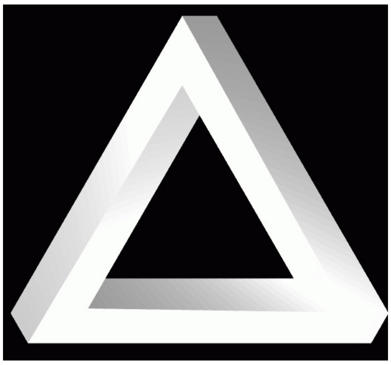
Rivediamone alcuni particolari.





È ovvio il gioco: vicino-lontano, davanti-dietro vengono scambiati, grazie anche ad un sottile gioco di proporzioni e di misure.

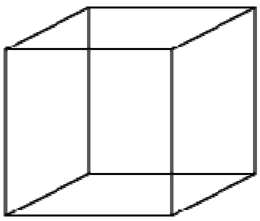
Credo però che, nell'ambito delle prospettive impossibili, gli artisti più citati al mondo siano e debbano essere l'olandese Maurits Cornelis Escher (1898 – 1972) e lo svedese Oscar Reutersvärd (1915 – 2002).
Quando si citano le prospettive e dunque i disegni impossibili, sempre si fa riferimento agli studi dei Penrose, padre (Lionel Sharples, psicologo, 1898 – 1972) e figlio (Roger, nato nel 1931, matematico e fisico, celeberrimo studioso dello spazio-tempo e dei buchi neri, narratore formidabile), e in particolare a un articolo pubblicato nel British Journal of Psychology nel 1958 (Penrose, Penrose, 1958) nel quale appare un celebre "triangolo" impossibile.

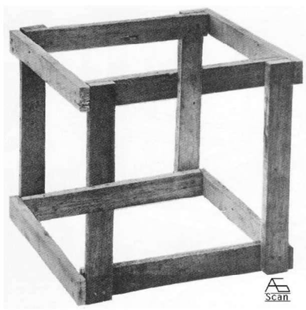


L.S. Penrose e R. Penrose, *Tribar*, 1958

Ma il primo disegno impossibile di Reutersvärd è del 1934, molto prima dunque del triangolo dei Penrose (1958).

Tra i famosi inganni ottici, uno dei primi ad essere proposti (1832) fu il cubo di Necker, dal nome del cristallografo svizzero Louis Albert Necker (1786 – 1861), presente nell'opera *Belvedere* di Escher.





M. C.Escher, *Belvedere*.

Nel bel libro di Jan Gullberg (1936 – 1998), *Mathematics, from the birth of numbers*, pubblicato nel 1997, nel capitolo dedicato alla geometria, si accenna (p. 374) a Geometrie Fantasmagoriche; a parte una rapida citazione al lavoro dei Penrose, tutto l'argomento è incentrato sul lavoro di Oscar Reutersvärd.
Voglio qui dire che una profonda amicizia anche familiare ed una salda collaborazione mi ha legato ad Oscar tutta la vita; e che mia moglie Martha ed io possiamo vantare a Bogotà una collezione di varie centinaia di sue opere tutte originali, tanto che le abbiamo prestate per un festival della matematica a Roma e per una rassegna di grande rilievo culturale a Reggio Emilia.

7.
Da decenni, vari critici d'arte usano il linguaggio matematico per interpretare il fenomeno della creazione artistica e per descrivere l'opera di artisti che, a volte, nemmeno si rendono conto della matematica che stanno usando nella loro opera.
La potenza descrittiva e razionale del linguaggio matematico rivela qui il suo straordinario potere. A parte dunque le motivazioni generali e le applicazioni concrete, anche in questa direzione è sempre più importante l'esigenza di studiare ogni giorno meglio e più a fondo la didattica della matematica per capire come si sviluppano le situazioni d'aula, l'apprendimento della matematica e dei suoi molteplici linguaggi, le sfumature semiotiche che permettono di rappresentare oggetti che non cadono sotto i sensi e che dunque possono essere comunicati e presi in esame solo grazie a rappresentazioni semiotiche in opportuni registri, sottoponendoli poi alle due diverse trasformazioni semiotiche: il trattamento e la conversione.
La didattica della matematica è una scienza autonoma che ha assunto in questi ultimi decenni un'importanza enorme; la ricerca scientifica specifica la rende sempre più ricca di risultati, grazie anche ai contributi di altri domini della conoscenza umana.

Infine.
Voglio dedicare questo prestigioso riconoscimento a mia moglie Martha, compagna e complice, instancabile collaboratrice in ogni avventura, culturale e di vita, persona di una profondità umana ineguagliabile e di una capacità critica strabiliante.
Senza il suo appoggio, senza la sua fede in me, tutto questo non sarebbe potuto accadere.
Oggi, e per sempre, qualsiasi riconoscimento dato a me, in realtà è dato ad entrambi.

Per un completo curriculum e bibliografia, si veda: www.dm.unibo.it/rsddm "chi siamo" "Bruno D'Amore"